

МЕХАНИЧКЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ

Понедељак, 15. децембар, 2014.

- Хуков закон
- Период и фреквенција осциловања
- Просто хармонијско кретање
- Просто клатно
- Енергија простог хармонијског осцилатора
- Веза са униформним кретањем по кружници
- Пригушено хармонијско кретање
- Принудно осциловање, резонанција

1

Осциловање

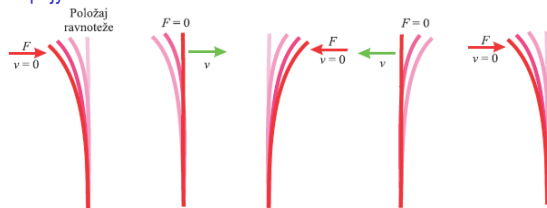
- кретање бове на умаласалом мору
- дете на љуљашки
- жица на гитари
- атоми у чворовима кристалне решетке

- кретање “напред-назад”
- мења се растојање од равнотежног положаја, брзина, енергија, следи мора да постији нека сила према 1. Њ. закону!

2

Хуков закон

- Осциловање пластичног лењира причвршћеног на једном крају



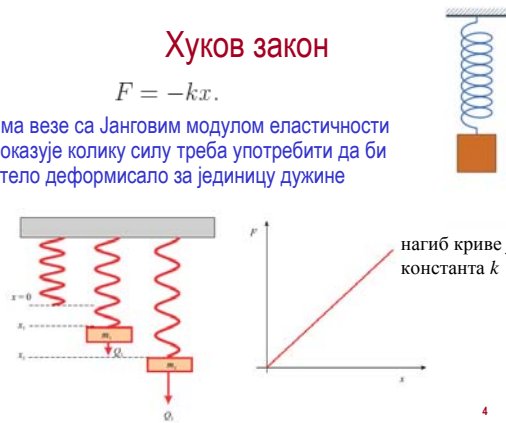
- Реституциона-повратна сила
- За деформације дуж једне (x) осе

3

Хуков закон

$$F = -kx.$$

- k -има везе са Јанговим модулом еластичности – показује колику силу треба употребити да би се тело деформисало за јединицу дужине




The diagram shows a spring-mass system on the left and a graph on the right. The graph plots force F on the vertical axis and displacement x on the horizontal axis. A straight line passes through the origin, with a label indicating that the slope of the curve is the constant k . The diagram also shows a spring attached to a ceiling with a mass m hanging from it. Three positions are marked: $x=0$ (equilibrium), x_1 (compressed), and x_2 (stretched). A force F is shown acting downwards on the mass.

нагиб криве је константа k

4

Енергија тела деформисаног по Хуковом закону

- При деформацији се врши рад (сабијање амортизера на колима)
- Овај рад прелази у потенцијалну енергију сабијене-растегнуте опруге

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2,$$



5

Период и фреквенција осцилација

- Период-време након кога се понавља кретање, T
 - кретање Месеца око Земље јесте периодично али није осцилаторно
 - вибрирање жице гитаре је и периодично и осцилаторно
- Фреквенција – учестаност дешавања. број догађаја по јединици времена, ν

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

СИ јединица, 1/s=Hz (Херц)



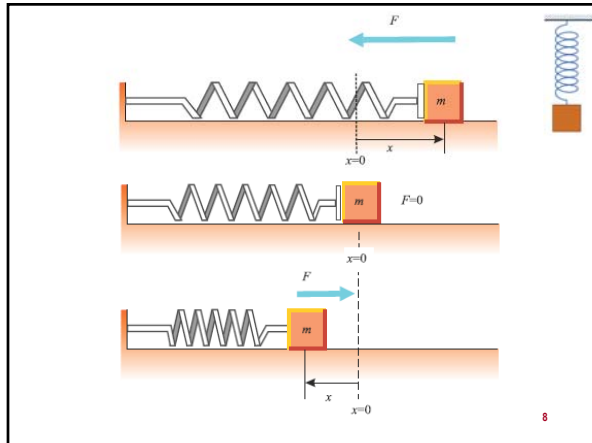
6

Просто хармонијско кретање

- под деловањем сила које се описују Хуковим законом
- такво осциловање – просто хармонијско
- отклон из равнотежног положаја - елонгација
- максимална елонгација – амплитуда
- **ни период ни фреквенција не зависе од амплитуде**

7





8



Просто хармонијско кретање

- Величине које могу да утичу на период и фреквенцију
 - крутост ситета – системи веће крутости имају мање период осциловања
 - што је систем масивнији дужи је период осциловања

период
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

фреквенција
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

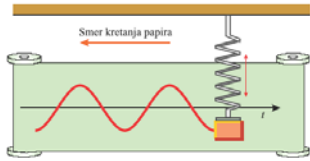
9



Веза простих ХО и таласа



Slika 7.4: Putanja automobila koji tokom vožnje osciluje gore-dole je talasasta linija.



10

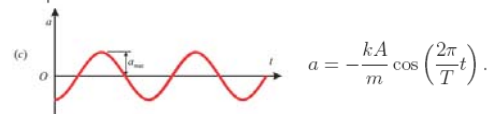
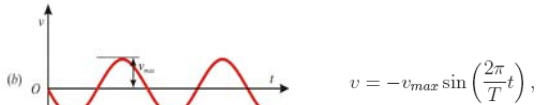
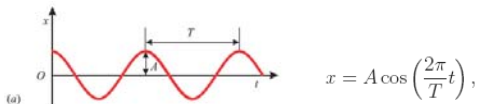
- У оба случаја је реч о периодичним кретањима – описују се периодичним функцијама – обе таласасте линије су синусне или косинусне функција.
- елонгација
- брзина
- убрзање

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

$$v = -v_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

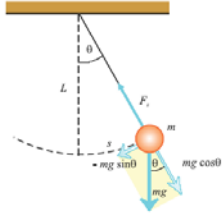
$$a = -\frac{kA}{m} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right).$$

11



12

Просто клатно



- за мале углове синус може да се замени вредношћу угла

$$\sin \theta \approx \theta,$$

$$F = -mg \sin \theta \approx -mg\theta.$$

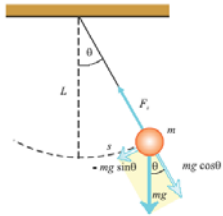
$$s = L\theta, \quad \theta = \frac{s}{L}.$$

$$k = mg/L$$

$$F \approx -\frac{mg}{L}s$$

13

Енергија простог хармонијског осцилатора

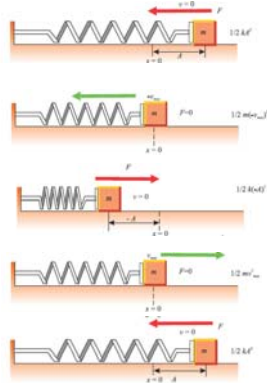


$$E_p = \frac{1}{2}kx^2.$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = const.$$

- T не зависи од масе ни од амплитуде

14



$$E_p = \frac{1}{2}kx^2.$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = const.$$

- Прелазак кинетичке енергије у потенцијалну – и обрнуто

15

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2;$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}.$$

$$v = \pm v_{max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} v = -v_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

$$v_{max} = A \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

16

$$v_{max} = A \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

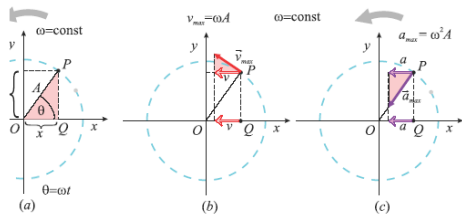
- максимална брзина зависи од три фактора
 - сразмерна је амплитуди осциловања – што је опруга више растегнута већа ће бити њена брзина при проласку кроз равнотежни положај
 - већа је ако је крутост опруге већа
 - за тела мање масе максимална брзина је већа – масивнија тела се теже убрзавају.

17



18

Униформно кретање тачке Р по кружници и осцилаторно кретање њене пројекције, тачке Q.



19

Униформно кретање тачке Р по кружници и осцилаторно кретање њене пројекције, тачке Q.



- Време за један обрт по кругу једнак је периоду осциловања XO између амплитудних тачака
- полупречник кружнице једнак је амплитуди осциловања.
- угаона брзина једнака је кружној фреквенцији

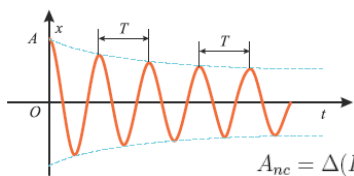
$$x = A \cos \theta,$$

$$x = A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right)$$

20

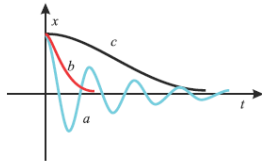
Пригушено осцилаторно кретање

- жица гитаре након неког времена престаје са осциловањем, љуљашку треба да стално гурамо
- мало пригушење – период и фреквенција приближно су им вредности једнаке онима када нема пригушења



$$A_{nc} = \Delta(E_k + E_p).$$

21

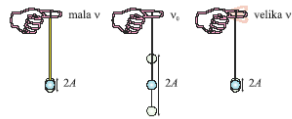


Slika 7.12: (a) Grafik elongacije u zavisnosti od vremena kod oscilacija sa malim prigušenjem. (b) Grafik za slučaj kritičnog prigušenja. (c) Grafik kod velikog prigušenja kada kretanje postaje aperiodično.

22

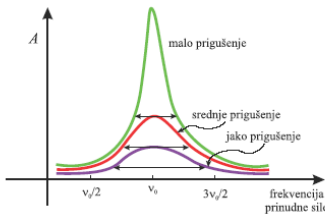
Принудно осциловање

- природна фреквенција – фреквенција осциловања када нема ни пригушења ни принудне силе
- резонанција-када се фреквенција принудне силе поклопи са природном фреквенцијом



23

- ширина резонантне криве зависи од пригушења
- што је мање резонантна фреквенција је у мањем опсегу
- значи-ако желимо да нам осцилатор резонира на тачно одређеној фреквенцији морамо што је више могуће смањити пригушење
 - код клавира
- ако желимо да систем осцилује са малим амплитудама-амортизери аутомобила, потребно је велико пригушење.
- примена
 - избор станица код радио апарата
 - НМР-јагра водоника резонирају на фреквенцији упадног микроталасног (EM) зрачења



24
